



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
 FACULTAD DE INGENIERÍA
 DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
 PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
 CINEMÁTICA Y DINÁMICA



SEMESTRE 2012-2

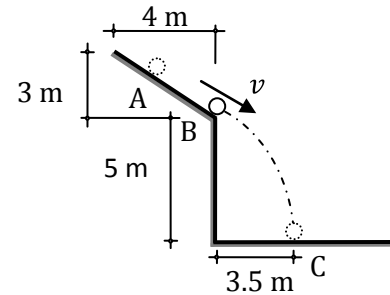
NOMBRE DEL ALUMNO: _____

30 DE MAYO DE 2012

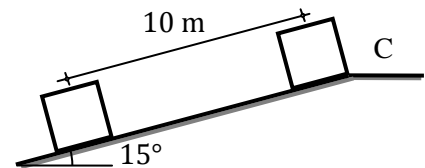
GRUPO: _____

INSTRUCCIONES: Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas y media.

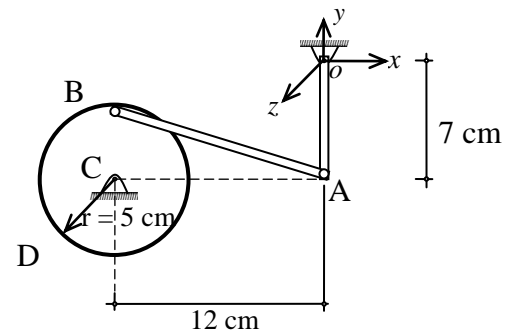
1. El balón de la figura se libera del reposo en el punto A de la superficie lisa. Determine la rapidez v con la que debe llegar al punto B para que el balón alcance la posición C.



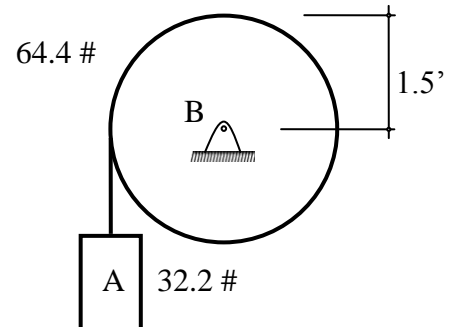
2. Un paquete se proyecta 10 m hacia arriba sobre un plano inclinado 15° de modo que alcanza la parte superior del plano sin velocidad. Si se sabe que el coeficiente de fricción cinética entre el paquete y el plano es 0.12, determine: a) la velocidad inicial del paquete y b) la velocidad del paquete cuando éste regrese a su posición original.



3. El disco D situado en el plano xoy , tiene un radio de 5 cm y gira con una velocidad angular constante $\omega = 8 \text{ rad/s}$, en el sentido antihorario. El disco está unido a la barra AB, que a su vez está articulada con la barra OA. Determine la velocidad y la aceleración del punto A en la posición mostrada.



4. El cuerpo A, de 32.2 lb de peso, está conectado al cilindro homogéneo B, de 64.4 lb, mediante una cuerda enrollada en éste. Sabiendo que el radio del cilindro es de 1.5 ft, determine la tensión de la cuerda y la aceleración angular del cilindro. No hay ninguna resistencia a la rotación en el eje.



Solución

1)

$$a_x = 0$$

$$a_y = -9.81$$

$$v_x = v \left(\frac{3}{5} \right)$$

$$v_y = -v \left(\frac{4}{5} \right) - 9.81 t$$

$$x = v \left(\frac{3}{5} \right) t \quad \dots 1$$

$$y = -v \left(\frac{4}{5} \right) t - \frac{1}{2} 9.81 t^2 \quad \dots 2$$

$$x = 3.5 \quad ; \quad y = -5$$

$$3.5 = v \left(\frac{3}{5} \right) t$$

$$t = \frac{(3.5)(5)}{3v}$$

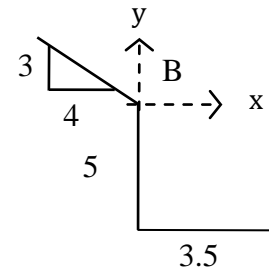
Sustituyendo el valor de t y de y en la ecuación 2

$$-5 = - \left(\frac{4}{5} \right) \left(\frac{(3.5)(5)}{3v} \right) v - \frac{1}{2} (9.81) \left(\frac{(3.5)(5)}{3v} \right)^2$$

Despejando v

$$v = \sqrt{500.71}$$

$$v = 22.4 \text{ m/s}$$



2)

$$W_{ncAC} = \Delta E_{C_{AC}} + \Delta E_{P_{AC}}$$

$$W_{ncAC} = - \int_A^c fr dx = -4mg \cos 15 \int_A^c dx = -1.1591 W$$

$$\Delta E_{C_{AC}} = \frac{1}{2} m(v_c^2 - v_A^2) = -\frac{1}{2} m v_A^2 = -\frac{1}{2} \frac{W}{g} v_A^2$$

$$\Delta E_{P_{AC}} = W(Z_C - Z_A)$$

$$Z_C = 10 \sin 15 = 2.5881 \quad ; \quad Z_A = 0$$

$$\Delta E_{P_{AC}} = 2.5881 W$$

$$-1.1591 W = 2.5881 W - \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_A^2$$

$$v_A = \sqrt{\frac{(1.1591 + 2.5881)}{2g}}$$

$$v_A = 8.57 \text{ m/s}$$

$$W_{ncAC} = \Delta E_{CCA} + \Delta E_{PCA}$$

$$W_{ncAC} = - \int fr dx = -1.1591 W$$

$$\Delta E_{CCA} = \frac{1}{2} m(v_C^2 - v_A^2) = -\frac{1}{2} \frac{W}{g} v_A^2$$

$$\Delta E_{PCA} = W(Z_A - Z_C)$$

$$Z_C = 10 \sin 15 = 2.5881 \quad ; Z_A = 0$$

$$\Delta E_{PCA} = -2.5881 W$$

$$-1.1591 W = -2.5881 W + \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_A^2$$

$$v_A = \sqrt{\frac{(2.5881 - 1.1591)}{2g}}$$

$$\boxed{v_A = 5.29 \text{ m/s}}$$

3)

$$\overline{\omega_{OA}} = 8k \text{ rad/s}$$

$$\overline{v_B} = 8(5)i = -40i \text{ cm/s}$$

$$\overline{\omega_{AB}} = \vec{0}$$

$$\boxed{\overline{v_A} = -40i \text{ cm/s}}$$

$$\overline{\omega_{OA}} = \frac{v_A}{OA} k = -\frac{40}{7} k$$

$$\overline{a_A} = \overline{a_B} + (\overline{\alpha_{BA}} \times \overline{BA}) - \omega_{AB}^2 \overline{BA}$$

$$\left(\frac{40}{7}\right)^2 7j + 7\alpha_{BA}i = -(8^2)5j + [\alpha_{BA}k \times (12i - 5j)]$$

$$\begin{cases} 7\alpha_{OA} = 5\alpha_{BA} \\ \frac{1600}{7} = -320 + 12\alpha_{BA} \end{cases}$$

$$\overline{a_A} = 7\left(\frac{1600}{49}\right)i + \left(\frac{1600}{7}\right)j$$

$$\overline{a_A} = \left(\frac{1600}{7}\right)(i + j)$$

$$\boxed{\overline{a_A} = 229i + 229j \text{ [cm/s}^2\text{]}}$$

4)

$$\begin{aligned}\sum F_y &= ma \\ 32.2 - T &= a \\ T &= 32.2 - a \quad \dots 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_G F &= \alpha \bar{I} \\ 1.5T &= \alpha \left[\frac{1}{2} (2) 1.5^2 \right] \\ T &= 1.5\alpha \quad \dots 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a &= \alpha r \\ a &= 1.5\alpha \quad \dots 3\end{aligned}$$

Igualando

$$1.5\alpha = 32.2 - 1.5\alpha$$

$$\alpha = 10.73 \text{ rad/s}^2 \quad \curvearrowleft$$

$$T = 16.1 \text{ lb}$$

